[redacted]

Intitulé de l'épreuve : Mathématiques

Nombre de copies : 2

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles dans le bon sens.

Exercice 2 :

① À l'année 2021, il y a 700 élèves

À l'année 2022, le lycée conserve 70% de ses élèves et en gagne 240 nouveaux, soit $700 \times 0,7 + 240 = 490 + 240 = 730$ élèves

À l'année 2023, le lycée garde 70% des élèves de 2022 et en gagne 240 nouveaux, soit $730 \times 0,7 + 240 = 511 + 240 = 751$ élèves

② a. $u_n = \cancel{a} \, a_n - 800$

La suite u_n peut être définie comme suit :

$$\begin{cases} u_0 = a_0 - 800 \\ u_{n+1} = a_{n+1} - 800 \end{cases}$$

soit $$\begin{cases} u_0 = -100 \\ u_{n+1} = 0,7 a_n + 240 - 800 = 0,7 a_n - 560 \end{cases}$$

Avec $a_n = u_n + 800$, cela définit la suite comme suit

$$\begin{cases} u_0 = -100 \\ u_{n+1} = 0,7(u_n + 800) - 560 = 0,7u_n + \cancel{560} - \cancel{560} \\ \quad = 0,7 u_n \end{cases}$$

[redacted]

Avec $u_{n+1} = u_n \times 0,7$, la suite u_n ~~est~~ donc une suite géométrique de raison 0,7 et de premier terme $u_0 = -100$

(b) u_n suit une suite géométrique de raison 0,7 et de premier terme $u_0 = -100$

Elle s'exprime donc avec le terme $u_n = -100 \times (0,7)^n$ pour tout n entier positif.

(c) u_n a été définie comme $u_n = a_n - 800$

Donc $a_n = u_n + 800 = -100 \times (0,7)^n + 800$

3. Nous modélisons la taille des effectif du lycée avec a_n comme nombre d'élèves et n le nombre d'années passées depuis 2021 ($n=0$ pour 2021, $n=1$ pour 2022...)

La taille du lycée aura atteint 780 élèves quand a_n sera supérieur ou égal à 780

$a_n \geq 780$

$800 - 100 \times (0,7)^n \geq 780$

$-100 \times (0,7)^n \geq -20$

$0,7^n \leq 0,20 \quad \ln 0,7 \times n \leq \ln 0,20$

$n \geq \frac{\ln 0,20}{\ln 0,7}$

Par calculs successifs, $0,7^n$ sera inférieur ou égal à 0,2 quand n sera supérieur à 4 : $(0,7)^3 = 0,2401$ et $(0,7)^4 = 0,18807$

Il faudra donc 4 ans à ce lycée pour atteindre son quota,

N°

... / ...

Soit l'année 2021+4 = 2025

Exercice 3.

① a. $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,2 = 0,8$

(car $P(A) = 0,2$ "probabilité qu'un client achète l'appareil en promotion)

$p(\bar{A} \cap \bar{C})$ = "probabilité qu'un client n'achète ni l'appareil photo ni la carte en promotion)

$= 0,6$.

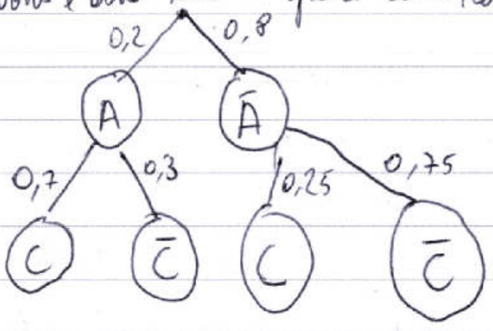
b. Nous cherchons par cette question $p(\bar{C} | \bar{A})$

Par la propriété $p(X \cap Y) = p(Y) \times p(X|Y)$

Nous pouvons écrire $p(\bar{A} \cap \bar{C}) = p(\bar{A}) \times p(\bar{C}|\bar{A})$

Donc $p(\bar{C}|\bar{A}) = \dfrac{p(\bar{A} \cap \bar{C})}{p(\bar{A})} = \dfrac{0,6}{0,8} = \dfrac{3}{4} = 0,75$

② Nous avons l'arbre suivant grâce aux résultats précédents



③ En parcourant l'arbre ou en sachant qu'un client achètera une carte ~~dans~~ ou pas selon qu'il a ou non acheté un appareil photo en promo, nous pouvons calculer cette probabilité comme suit :

$p(C) = p(A) \times p(C|A) + p(\bar{A}) \times p(C|\bar{A})$

=

N° ... /...

$p(C) = 0,2 \times 0,7 + 0,8 \times 0,25$

$= 0,14 + 0,2$

$p(C) = 0,34$

~~On obtient~~ $\cancel{p(A \cap C) = \frac{p(A \cap C)}{p(C|A)}}$

$\cancel{p(A \cap C)}$

4. Nous cherchons par cette question à résoudre $p(A|C)$

$$p(A|C) = \frac{p(A \cap C)}{p(C)} = \frac{0,2 \times 0,7}{0,34} \left(= \frac{p(A) \times p(C|A)}{p(C)} \right.$$

$$= \frac{0,14}{0,34} \approx 0,411$$

5. a.

Bénéfice par client	0	4	30	34
Probabilité	0,6	0,2	0,06	0,14

b. Le bénéfice escompté est l'espérance de la distribution déterminée ci-dessus, soit la somme des gains pondérée par leur probabilité

$$E(x) = (0 \times 0,6 + 4 \times 0,2 + 30 \times 0,06 + 34 \times 0,14) \times 100$$

$$= 80 + 180 + 476 = 736.$$

Pour 100 clients, le vendeur peut prévoir une marge de 736 euros

Intitulé de l'épreuve : Mathématiques

Nombre de copies : 2

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles dans le bon sens.

Exercice 3/bis

6. La probabilité qu'un client ~~n'~~achète ~~pas~~ l'appareil en promotion est de 0,2.

La probabilité que tous les 3 clients achètent un appareil est donc de $(0,2)^3 = 0,008$. (succession de 3 événements A indépendants)

La probabilité qu'au moins un client n'achète pas cet appareil est le complément de l'événement précédent, il se calcule donc $1 - 0,008 = 0,992$.

Il y a 99,2% de chances qu'au moins un client n'achète pas cet appareil en promotion

Exercice 4.

1. f'' s'annule aux points $A(-2;0)$ et $C(3;0)$.

f' changera donc de sens ~~tous~~ à ces deux points.

Elle sera croissante de $]-\infty;-2]$, décroissante de $]-2;3]$ et de nouveau croissante de $]3;+\infty[$

[redacted]

2. f' va changer 2 fois de sens de variation. Cela signifie que f va croître ou décroître "moins vite" autour des valeurs -2 et 3, ~~ce~~ qui seront donc 2 points d'inflexion à la courbe de f.

3. f' sera décroissante entre -2 et 3.

Cela signifie que f montera de moins en moins vite (ou descendra de plus en plus vite). Elle sera donc concave.

4. Nous l'avons vu, f admet deux points d'inflexion autour de $x=-2$ et $x=3$, avec une partie concave entre ces deux valeurs.

Seule la courbe 2 répond à cette observation (la courbe 1 ~~montre~~ montre 1 point d'inflexion autour de $x=-1$ et un autre vers $x=4$)

5. $f'(x)$ est nul en tout point où le sens de variation de f s'inverse (au niveau donc des asymptotes horizontales)

f s'inverse pour $x=-3$ et pour $x=0$.

Donc $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-3$ ou $x=0$

N° ... / ...

Exercice 1.

Partie B.

Un algorithme de plus court chemin serait récursif
comme suit et nous donne le chemin B-C-D-F-G comme plus court chemin

~~chemin(B → G) = chemin min(chemin(E → G), chemin(D → G), chemin(F → G))~~

~~chemin(B → G) = min([EG], [DG], [FG])~~
~~= min([EG] + chemin(B → E), [DG] + chemin(B → D), [FG] + chemin(B → F))~~

~~Avec chemin(B → E) = min([B; E], [B; D] + chemin(D, E))~~
~~chemin(B → D) = min([B; D]),~~

L'idée de l'algorithme serait, pour chaque sommet du graphe, de prendre le chemin le + court et de calculer s'il existe un chemin plus court vers son voisin.

En mémorisant les distances on remplacerait éventuellement la distance précédente par la nouvelle.

* Initialisation : voisinages directs. AB = 4
  AC = 8
  etc...

* Calcul de B vers G.

Départ de B : choix de [BA]. distance = AB = 4 =
Départ de A : choix de [AC] : distance += AC = 4 + 8 = 12
[BA-C] > [BC] donc on remplace l'itinéraire par
[B; C] et la distance 7.
Départ de C : choix de [CD] : distance += CD = 7+10 = 17

Choix de [DF] : Distance de (B - C - D - F) + ~~distance~~ = DF = 29

Choix de [FG] : Distance de (B - C - D - F - G) + = FG = 36

Exercice 2 : la longueur en minutes serait de 7 + 10 + 12 + 7 = 36 minutes pour le chemin B - C - D - F - G

N°

... / ...