MINISTÈRE
DE L'EUROPE
ET DES AFFAIRES
ÉTRANGÈRES
Liberté
Égalité
Fraternité

DIRECTION GENERALE DE L'ADMINISTRATION
ET DE LA MODERNISATION

DIRECTION DES RESSOURCES HUMAINES

Sous-direction de la Formation, des Concours et des Stages

Bureau des Concours et Examens professionnels
RH4B

CONCOURS EXTERNE ET INTERNE
DE SECRETAIRE DES SYSTEMES D'INFORMATION ET DE COMMUNICATION
AU TITRE DE L'ANNEE 2022

EPREUVES ECRITES D'ADMISSIBILITE

7-9 FEVRIER 2022

MATHEMATIQUES

Composition de mathématiques appliquées à l'informatique pouvant comporter des exercices, des questions sur le programme et des problèmes à résoudre.

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

SUJET

Voir pages suivantes.

La calculatrice scientifique non programmable est autorisée.

Ce dossier comporte 3 pages (page de garde non comprise).

Les quatre exercices sont indépendants.
L'usage de la calculatrice collège (non programmable) est autorisé.

Exercice 1 (7 points au total)
Partie A On considère l'algorithme suivant :

Variables :	k et p sont des entiers naturels
	u est un réel
Entrée :	Demander la valeur de p
	Affecter à u la valeur 5
Traitement :	Pour k variant de 1 à p
	Affecter à u la valeur $0{,}5u + 0{,}5(k-1) - 1{,}5$
	Fin de pour
Sortie :	Afficher u

Faire fonctionner manuellement cet algorithme pour $p = 2$ en indiquant les valeurs des variables à chaque étape.

Quel nombre obtient-on en sortie ? **(1 point)**

Partie B (6 points)

Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 0{,}5n - 1{,}5$.

1. Modifier l'algorithme de la première partie pour obtenir en sortie toutes les valeurs de u_n pour n variant de 1 à p. **(0,5 point)**

2. À l'aide de l'algorithme modifié, après avoir saisi $p = 4$, on obtient les résultats suivants :

n	1	2	3	4
u_n	1	-0,5	-0,75	-0,375

Peut-on affirmer, à partir de ces résultats, que la suite (u_n) est décroissante ? Justifier. **(0,5 point)**

3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 3, $u_{n+1} > u_n$. Que peut-on en déduire quant au sens de variation de la suite (u_n) ? **(1 point)**

4. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par

$$v_n = 0{,}1u_n - 0{,}1n + 0{,}5.$$

Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,5 et exprimer alors v_n en fonction de n. **(2 points)**

5. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 10 \times 0{,}5^n + n - 5$. **(1 point)**

6. Déterminer alors la limite de la suite (u_n). **(1 point)**

Exercice 2 (4 points au total)

Les résultats seront donnés en valeur exacte.

A l'occasion d'un tournoi international de tennis, il y a 75 000 spectateurs.

70 % des spectateurs sont français.

85 % des spectateurs étrangers et 25 % des spectateurs français sont licenciés

1. Compléter le tableau ci-dessous en pourcentage de la population : **(2 points)**

Spectateurs français	Licenciés	Non licenciés	Total
Spectateurs français			
Spectateurs étrangers			
Total			

2. On choisit au hasard une personne parmi les spectateurs. On note les événements suivants :

F : « le spectateur est français »

L : « le spectateur est licencié »

Définir à l'aide d'une phrase chacun des deux événements suivants et calculer leurs probabilités :

a) $F \cap L$; **(0,5 point)**

b) $F \cup L$. **(0,5 point)**

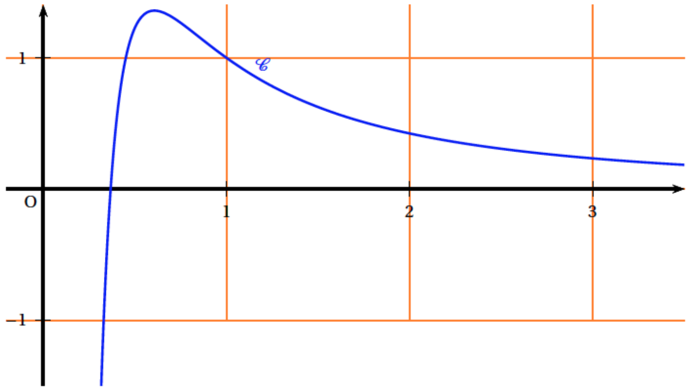
3. Que représente la probabilité $p_L(F)$? La calculer. **(0,5 point)**

4. Le prix d'une place est de 60 euros.

Sachant qu'un spectateur licencié bénéficie d'une réduction de 10 %, calculer la recette obtenue lors du tournoi. **(0,5 point)**

Exercice 3 (5 points au total)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1+\ln(x)}{x^2}$ et soit C la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan. La courbe C est donnée ci-dessous :



1. a. Étudier la limite de f en 0. **(0,5 point)**

b. Que vaut $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x)}{x}$? En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$. **(0,5 point)**

c. En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe C. **(0,5 point)**

2. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$.

Démontrer que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0\ ;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{-1-2\ln(x)}{x^3}$. **(1 point)**

b. Résoudre sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$ l'inéquation $-1 - 2\ln(x) > 0$.

En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$. **(1 point)**

c. Dresser le tableau des variations de la fonction f. **(0,5 point)**

3. a. Démontrer que la courbe C a un unique point d'intersection avec l'axe des abscisses, dont on précisera les coordonnées. **(0,5 point)**

b. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$. **(0,5 point)**

Exercice 4 Les deux questions sont indépendantes. (4 points au total)

1. En posant $z = a + ib$, résoudre dans l'ensemble des complexes les équations suivantes :

a. $2i\,\bar{z} + 3z = 5 - 2i$. **(1 point)**   **b.** $1 - 2z = 3iz + 5 - i$. **(1 point)**

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 1 + 2i$; $z_B = \dfrac{-1}{3} - 2i$ et $z_C = \dfrac{8}{3} + 7i$.

a. Calculer $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. **(1 point)**

b. Que peut-on en déduire pour les 3 points ? **(1 point)**